

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
Фізичний факультет
Кафедра теоретичної фізики

На правах рукопису

**ЗАСТОСУВАННЯ РІВНЯННЯ БОЛЬЦМАНА ДЛЯ ОПИСУ
ПОЧАТКОВОЇ СТАДІЇ ЕВОЛЮЦІЇ НУКЛОННОЇ ПІДСИСТЕМИ В
РЕЛЯТИВІСТСЬКИХ ЯДРО-ЯДЕРНИХ ЗІТКНЕННЯХ**

Напрямок: 0701 – фізика

Спеціальність: 6.040203 – фізика

Спеціалізація: теоретична фізика

**Кваліфікаційна робота бакалавра
Вовченка Володимира Юрійовича**

Науковий керівник:

доктор фізико-математичних наук,
провідний науковий співробітник
Анчишкін Дмитро Владленович

Робота заслухана на засіданні кафедри
теоретичної фізики та рекомендована до захисту в ДЕК.
Протокол №__ від “__” _____ 2011 р.

Зав. кафедри

проф. Макарець М.В.

Київ – 2011

Зміст

Вступ	3
1 Огляд літератури	4
1.1 Фізика зіткнення релятивістських ядер	4
1.2 Основні моделі опису зіткнення релятивістських ядер	7
2 Модель системи	10
2.1 Опис моделі нуклонного фаєрбола	10
2.2 Система координат	11
2.3 Початкові умови	12
2.4 Функція розподілу у нульовому наближенні	15
2.5 Функція розподілу у першому наближенні	16
2.6 Просторовий розподіл нуклонів-спектаторів	25
2.7 Густина реакцій	27
3 Результати розрахунків та їх обговорення	31
3.1 Частота реакцій	31
3.2 Просторовий розподіл нуклонів по координаті z	35
3.3 Межі застосовності моделі нуклонного фаєрбола	36
Висновки	38
Література	39

Вступ

Одним із основних завдань фізики високих енергій є дослідження ядерної матерії при великих значеннях густини речовини і енергії. Такий стан матерії досліджують в експериментах із зіткнення релятивістських ядер. Ці експерименти проводяться на таких сучасних прискорювачах як AGS (Alternating Gradient Synchrotron) та RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider) в BNL (Brookhaven National Laboratory, Нью-Йорк, США) і SPS (Super Proton Synchrotron) та LHC (Large Hadron Collider) в CERN (Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire, Женева, Швейцарія).

При зіткненні ядер при високих енергіях утворюється сильно нерівноважна система взаємодіючих частинок, яка називається фаєрболом. Для теоретичного опису системи її еволюцію умовно розбивають на різні стадії, які описують різноманітними моделями.

Мета і завдання роботи: Метою даної роботи є дослідження нуклонної підсистеми на початковій стадії зіткнення релятивістських ядер, яка передує максимальному перекриттю ядер. Основним завданням є отримання залежної від часу одночастинкової функції розподілу підсистеми нуклонів на початковій стадії еволюції. Отримана функція розподілу може бути використана для задання початкових умов гідродинамічних моделей, які непридатні для опису початкової стадії. Порівняння отриманих результатів із монте-карлівськими моделями дає змогу отримати відповідь на питання про можливість застосування різних наближень, які використовуються у даній моделі, а також отримати інформацію про процеси в системі на початковій стадії еволюції фаєрбола.

1 Огляд літератури

1.1 Фізика зіткнення релятивістських ядер

Дослідження ядерної матерії в екстремальних умовах є одним з основних напрямків ядерної фізики та фізики високих енергій [1]. Результати таких досліджень дають можливість експериментальної перевірки теорії сильної взаємодії (квантова хромодинаміка) і різних ефективних теорій, які використовують адронні або партонні (кварки і глюони) ступені вільності. Окремий інтерес представляє дослідження властивостей кварк-глюонної плазми – стану речовини, в якому кварки є квазі-вільними.

Зіткнення релятивістських ядер – це, за визначенням, зіткнення ядер, що мають релятивістські швидкості. В момент зіткнення утворюється матерія, густина якої в декілька разів більша за густину матерії в атомному ядрі. Використання сучасних прискорювачів дозволяє досліджувати властивості речовини при високих густинах та енергіях в лабораторних умовах.

На Табл. 1 наведено характеристики основних експериментів із зіткнення релятивістських ядер.

Табл. 1: Основні експерименти по зіткненню релятивістських ядер

Прискорювач	тип ядер	діапазон енергій	
BNL-AGS	Au+Au	$E_{\text{kin}} = 2 - 10.8A \text{ GeV}$	$\sqrt{s} = 2.7 - 4.9A \text{ GeV}$
CERN-SPS	Pb+Pb	$E_{\text{kin}} = 20 - 200A \text{ GeV}$	$\sqrt{s} = 6.4 - 19.5A \text{ GeV}$
BNL-RHIC	Au+Au	$E_{\text{kin}} = 0 - 21.3A \text{ TeV}$	$\sqrt{s} = 2 - 200A \text{ GeV}$
CERN-LHC	Pb+Pb	$E_{\text{kin}} \simeq 10^5 A \text{ TeV}$	$\sqrt{s} \simeq 14A \text{ TeV}$

Величини E_{kin} і \sqrt{s} у Табл. 1 визначають енергію зіткнення ядер. E_{kin} – кінетична енергія нуклона з ядра-снаряду у лабораторній системі (у лабораторній системі ядро-мішень знаходиться в стані спокою), а \sqrt{s} – сумарна енергія пари нуклонів з налітаючих ядер в системі центра мас ядер. Величини E_{kin} і \sqrt{s} пов'язані між собою співвідношенням: $\sqrt{s} = \sqrt{2m(E_{\text{kin}} + 2m)}$, де m – маса нуклона.

Експерименти по зіткненню ядер різної маси та при різних кінетичних енергіях дозволяють досліджувати різні області на фазовій діаграмі ядерної матерії (Рис.1).

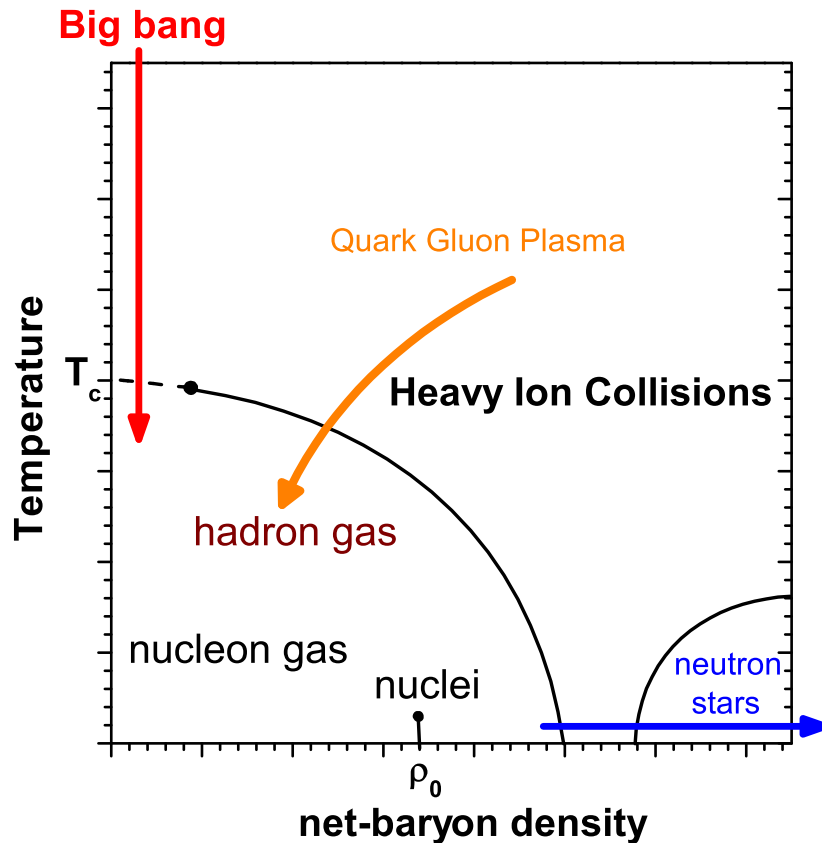


Рис. 1: Фазова діаграма ядерної матерії.

Еволюцію системи, що утворюється в зіткненні релятивістських іонів, можна умовно поділити на декілька стадій, кожна з яких характеризується своїм типом взаємодії. Виділяють такі стадії еволюції фаєрбола (Рис. 2): початкову стадію, стадію гідродинамічного розширення та стадію адронного газу. Фізичної межі між стадіями зіткнення релятивістських іонів немає. Ця межа є суто умовною і вводиться для того, щоб визначити межі використання тих чи інших феноменологічних підходів.

В початковій стадії процесу зіткнення релятивістських ядер важливу роль відіграють партонні ступені свободи, що приводять до швидкої ізоτροпізації та термалізації ($\tau \sim 1 \text{ fm}/c$) системи [2, 3, 4].

При достатньо великій кінетичній енергії ядер в системі на деякий час може утворюватись кварк-глюонна плазма – стан речовини, в якому кварки є квазі-вільними. Можливість утворення кварк-глюонної плазми було передбачено в роботі [5] у зіткненнях Pb+Pb при енергії $E_{\text{kin}} \approx 30A \text{ GeV}$. Модель

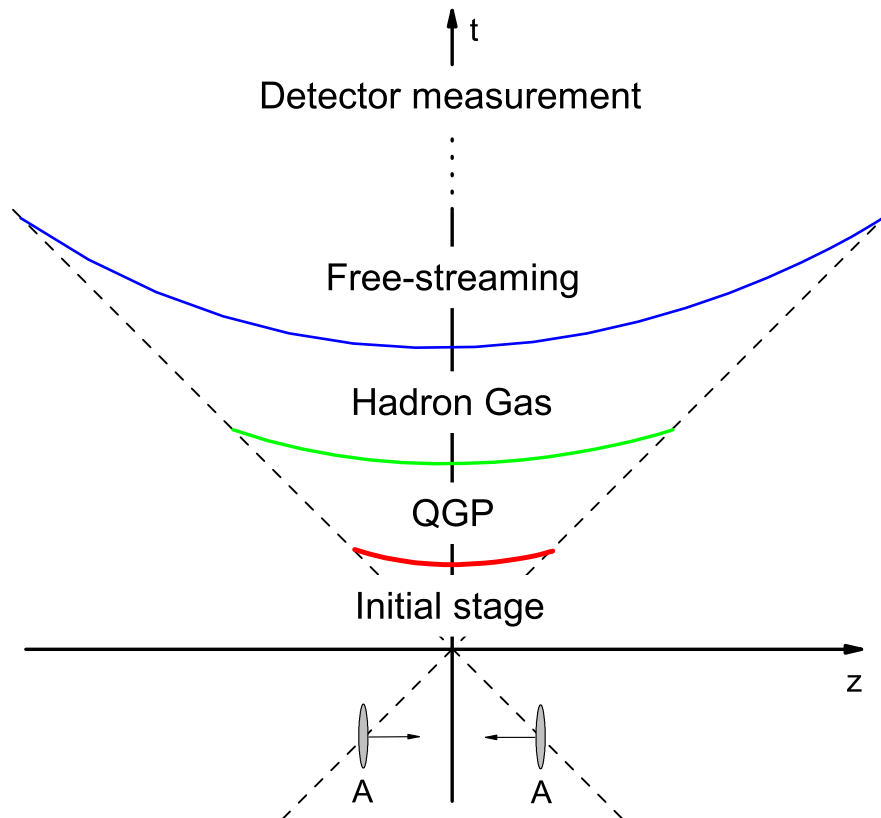


Рис. 2: Стадії реакції зіткнення релятивістських ядер.

передбачала різку зміну властивостей народження вторинних частинок при цій енергії. Отримані пізніше експериментальні дані колаборації NA49 [6] узгоджуються з передбаченнями моделі. Таким чином вважається, що крапля кварк-глюонної плазми утворюється у експериментах SPS, RHIC і LHC.

Наступний етап ($1 \leq \tau \leq 7$ фм/с) характеризується тим, що матерія має велику густину і перебуває в стані локальної термодинамічної рівноваги, саме тому цю стадію описують як гідродинамічне розширення системи. Ця стадія найкраще описується гідродинамічними моделями.

Тоді коли густина системи падає настільки, що її опис на мові релятивістської гідродинаміки вже не є можливим, система переходить в стан адронного газу ($\tau \geq 7$ фм/с). В такому стані систему описують мікроскопічними кінетичними моделями.

1.2 Основні моделі опису зіткнення релятивістських ядер

Основними підходами для дослідження еволюції системи при зіткненнях релятивістських ядер є мікроскопічні кінетичні моделі та релятивістська гідродинаміка.

Мікроскопічні кінетичні моделі У мікроскопічних кінетичних моделях опису зіткнення ядер розв'язується багатокomпонентна система релятивістських кінетичних рівнянь Больцмана для частинок різного сорту (різноманітні баріони і мезони, що можуть народжуватися в процесі зіткнення). Найбільш вдалим серед цих моделей є монте-карлівські кінетичні моделі, у яких використовується молекулярна динаміка. Прикладами таких моделей є RQMD (Relativistic Quantum Molecular Dynamics) [7], UrQMD (Ultrarelativistic Quantum Molecular Dynamics) [8, 9] і HSD (Hadron String Dynamics) [10].

Для прикладу розглянемо як працює UrQMD. У цій моделі розв'язується рівняння Больцмана за рахунок симуляції розповсюдження частинок і всіх можливих двочастинкових реакцій. Для отримання гладких функцій розподілу, як правило проводиться статистичне усереднення з великої кількості ($N \sim 1000 - 10000$) подій, які відповідають одному і тому ж типу зіткнення ядер. Підхід молекулярної динаміки полягає в тому, що розвиток системи розглядається розв'язанням класичних коваріантних рівнянь руху у формі Гамільтона

$$\frac{d\mathbf{q}_j}{d\tau} = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}_j} \quad (1)$$

$$\frac{d\mathbf{p}_j}{d\tau} = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{q}_j} \quad j = 1, \dots, N. \quad (2)$$

Крім того, розглядаються усі можливі зіткнення між будь-якою парою частинок. Критерієм зіткнення є умова

$$d \leq d_0 = \sqrt{\frac{\sigma_{tot}}{\pi}}, \quad (3)$$

де d – найменша відстань між частинками в системі центра мас цих двох ча-

стинок, σ_{tot} - повний переріз розсіяння, який залежить від енергії зіткнення та типу частинок. В цьому підході частинки, по суті, рухаються як класичні, але тут також враховані такі квантові ефекти, як розсіяння частинок, принцип Паулі заборони деяких реакцій, а також стохастичний розпад частинок.

До переваг монте-карлівських кінетичних моделей над іншими моделями можна віднести те, що вони відтворюють фізичне явище, яке близьке до експериментального. Частинки, що вилітають у детектор можна аналізувати так само, як це робиться в експерименті. Ще однією перевагою є відсутність чисельних нестійкостей, які часто виникають наприклад у гідродинамічних моделях при чисельному розв'язанні рівнянь.

До недоліків можна віднести обмеження двочастинковими адронними реакціями, яке є непридатним при високих енергіях зіткнення, коли в процесі еволюції системи утворюється кварк-глюонна плазма. З цієї причини ці моделі в основному придатні для опису зіткнень, що відповідають експериментам BNL-AGS і CERN-SPS. При більш високих енергіях зіткнення ці моделі застосовні для опису лише стадії адронного газу.

Для опису початкової стадії процесу зіткнення релятивістських ядер можуть використовуватися мікроскопічні моделі, що основані на процесах взаємодії кварків і глюонів [2, 3, 4], але вони ще знаходяться у стадії розробки.

Гідродинамічні моделі У гідродинамічних моделях [11] опису зіткнення використовується припущення про те, що у деякий момент часу у системі наявна локальна термодинамічна рівновага. В цих моделях адронна матерія описується, як сукупність двох або більше струменів рідини. У моделі ідеальної рідини розв'язуються рівняння:

$$\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0, \quad (4)$$

$$\partial_\mu N^\mu = 0, \quad (5)$$

де $T^{\mu\nu} = (e + P)u^\mu u^\nu - Pg^{\mu\nu}$ - тензор енергії-імпульсу, $u^\mu = (\gamma, \gamma\mathbf{v})$ - гідродинамічна 4-швидкість, e - густина енергії, P - тиск, $N^\mu = nu^\mu$, n - густина частинок. Для того, щоб система рівнянь була замкнутою необхідно також рівняння стану ядерної матерії $e = e(T, \mu)$, яке може бути задано феномено-

логічно або із розрахунків квантової хромодинаміки. Як правило рівняння гідродинаміки описують систему після завершення початкової стадії ізотропізації і термалізації адронів ($\tau \sim 1$ фм/с), і до утворення адронного газу ($\tau \sim 7$ фм/с), коли густина системи падає настільки, що її опис на мові релятивістської гідродинаміки вже не є можливим.

Вперше гідродинамічний опис зіткнення релятивістських ядер застосував Ландау [12], де у вигляді початкової умови по завершенні стадії термалізації обрано статичний однорідний диск. Ця модель є двовимірною і застосовувалась для енергій зіткнення $E_{\text{kin}} = 10 - 100A$ ГеВ. Модель Ландау є однією з найпростіших гідродинамічних моделей поряд із одновимірними моделями сферичного розширення [13] для низьких енергій і моделі Бйоркена [14] для високих енергій. Нині найбільш вживаними є тривимірні гідродинамічні моделі, у яких рівняння гідродинаміки розв'язуються чисельно. Результати останніх експериментів на RHIC, показали, що динаміка системи дуже добре описується цими гідродинамічними моделями. Основними труднощами гідродинамічного опису є проблема задання початкових умов і рівняння стану ядерної матерії.

Для задання початкових умов в гідродинаміці як правило використовують просторові розподіли баріонів, отримані на основі моделі Глаубера-Ситенка [15, 16] і моделі пораненого нуклона [17]. Інший підхід полягає у використанні монте-карлівських кінетичних моделей, в яких симулюється початкова стадія еволюції для знаходження необхідних розподілів.

Останнім часом також було розроблено моделі, у яких поєднано кінетичний і гідродинамічний опис зіткнення ядер [18, 19]. При цьому по завершенні гідродинамічного опису системи за відомою функцією розподілу генеруються адрони відповідно до формули Купера-Фрая [20] і подальша еволюція адронного газу моделюється монте-карлівськими кінетичними моделями.

2 Модель системи

Побудуємо на основі релятивістського кінетичного рівняння Больцмана *модель нуклонного фаєрбола* для опису нуклонної підсистеми в релятивістських ядро-ядерних зіткненнях.

2.1 Опис моделі нуклонного фаєрбола

При описі зіткнення релятивістських ядер адронними моделями (тобто без урахування партонних ступенів вільності) частинки в системі можна розділити на дві підсистеми: баріони (частинки, що складаються з трьох кварків і мають баріонний заряд $B = \pm 1$) і мезони (частинки, що складаються з пари кварк-антикварк і мають баріонний заряд $B = 0$). У початковий момент до зіткнення ядер у системі присутні лише нуклони, що належать до баріонної системи, мезони в системі відсутні. Із закону збереження баріонного заряду випливає, що різниця кількості баріонів і антибаріонів в системі зберігається. Кількість баріонів в системі може змінюватися внаслідок народження баріон-антибаріонних пар в адронних реакціях. Розрахунки в монте-карлівських кінетичних моделях показують, що кількість народжень таких пар є малою (2-3 пари або близько 1% від загальної кількості баріонів в системі), тому *змінюю кількість баріонів в системі з часом нехтується*.

У результаті непружних зіткнень нуклони можуть переходити у інші баріони із більшою масою. Для врахування цього необхідно кожний сорт баріонів описувати своєю функцією розподілу із відповідним інтегралом зіткнень, який враховує реакції між різними сортами частинок. Внаслідок цього задача значно ускладнюється і це унеможлиблює пошук розв'язку. Через це в моделі використовується наступне наближення: *усі баріони в системі моделюються як нуклони*.

При описі нуклонної підсистеми необхідно б було також враховувати реакції між нуклонами та мезонами, які народжуються в системі в результаті зіткнень. Це потребує знання функції розподілу різних сортів мезонів в системі. Для простоти розрахунків у моделі *нехтується взаємодією баріонної підсистеми з мезонною*.

В результаті цих припущень *підсистема нуклонів описується реляти-*

вістським кінетичним рівнянням Больцмана. Справедливість виконаних наближень можна перевірити порівнянням нашої моделі із монте-карлівськими моделями, в яких цих наближень немає.

Підсистема нуклонів характеризується одночастинковою функцією розподілу, яка дає змогу розраховувати різноманітні характеристики системи. Будемо розглядати підсистему нуклонів у наближенні двочастинкових реакцій.

Функція розподілу $f(t, \mathbf{r}, \mathbf{p})$ системи із деякою початковою умовою задовольняє релятивістське кінетичне рівняння Больцмана [21]

$$p^\mu \partial_\mu f(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}) = C(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}), \quad (6)$$

$$f(0, \mathbf{r}, \mathbf{p}) = \mathcal{F}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \quad (7)$$

де $C(t, \mathbf{r}, \mathbf{p})$ є інтегралом зіткнень, $\mathcal{F}(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ – початковий розподіл нуклонів. Інтеграл зіткнень має вигляд [1]

$$C(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}) = \frac{1}{2} \int \frac{d^3 p_1}{E_{p_1}} \frac{d^3 p'}{E_{p'}} \frac{d^3 p'_1}{E_{p'_1}} [f' f'_1 W(p', p'_1 | p, p_1) - f f_1 W(p, p_1 | p', p'_1)], \quad (8)$$

де введені позначення $f = f(t, \mathbf{r}, \mathbf{p})$, $f_1 = f(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}_1)$, $f' = f'(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}')$, $f'_1 = f(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}'_1)$, $W(p, p_1 | p', p'_1)$ – швидкість переходу, $E_p = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}$ – релятивістський закон дисперсії, $m = 938$ МеВ – маса нуклона. У наближенні двочастинкових пружних зіткнень швидкість переходу має вигляд

$$W(p, p_1 | p', p'_1) = s \sigma(s, \theta) \delta^4(p + p_1 - p' - p'_1), \quad (9)$$

де $\sigma(s, \theta)$ – диференційний переріз розсіяння у системі центра мас двох нуклонів, $p = (E_p, \mathbf{p})$ – 4-вектор імпульсу, $s = (p + p_1)^\mu (p + p_1)_\mu$, θ – кут розсіяння у системі центра мас.

2.2 Система координат

Система, що утворюється в зіткненнях релятивістських ядер має чітко виражений рух вздовж напрямку руху ядер до зіткнення. Система відліку, яка є природною для опису, вибирається із наступних міркувань (Рис. 3):

1. У цій системі відліку сума імпульсів двох нуклонів із різних ядер дорівнює нулю.
2. Центр відліку O помістимо в центр мас двох ядер.
3. Оберемо напрямок осі Oz вздовж напрямку руху ядер до зіткнення.
4. Оберемо напрямок осі Ox вдовж вектора \mathbf{b} , що з'єднує центри ядер в момент їх найбільшого перекриття. Модуль цього вектора $b = |\mathbf{b}|$ називається прицільним параметром.

Ця система називається *системою центра мас* двох ядер.

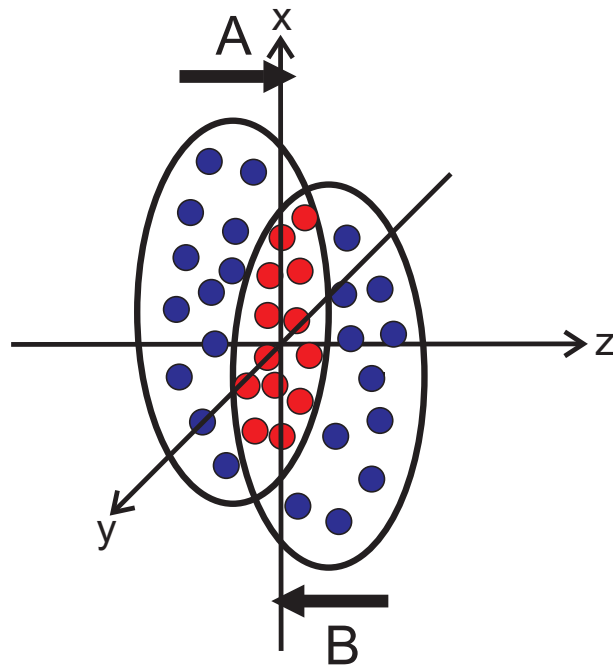


Рис. 3: Система координат в зіткненнях релятивістських ядер. Кружечками позначено нуклони. Нуклони, які позначені червоним кольором, визначають область перекриття ядер.

2.3 Початкові умови

Розглянемо початкові умови для зіткнення ідентичних ядер.

В початковий момент часу налітаючі ядра “дотикаються” одне до одного (Рис. 4). Оскільки розподіл ядерної матерії в ядрі не має чіткої границі, то

про дотикання ядер можна говорити лише умовно. Будемо вважати, що в початковий момент центри ядер знаходяться по осі z на відстані, що відповідає двом радіусам ядра:

$$d = \frac{2R}{\gamma}, \quad (10)$$

де R – радіус ядра в системі спокою ядра, $\gamma = \sqrt{1 - V_0^2}$ – гамма-фактор, що відповідає швидкості V_0 – початковій швидкості ядра в системі центра мас. Час максимального перекриття ядер t_c , якому передуює початкова стадія еволюції фаєрбола, тоді визначається радіусом ядра R і початковою швидкістю V_0 :

$$t_c = \frac{R}{\gamma} \cdot \frac{1}{V_0}. \quad (11)$$

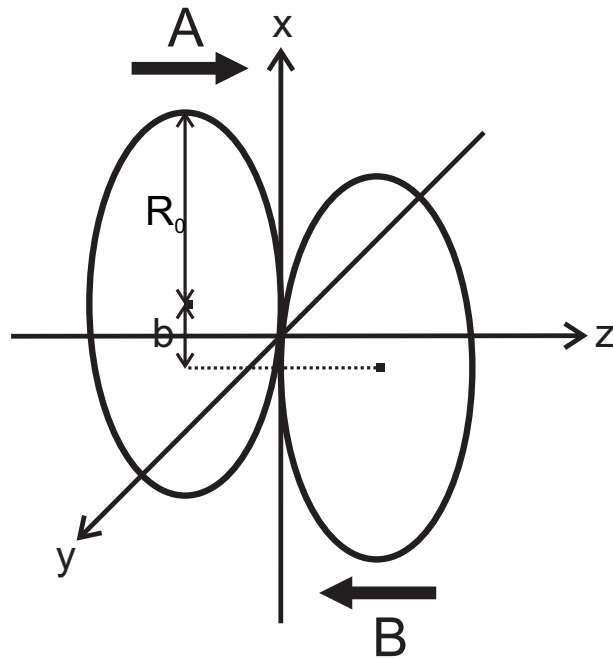


Рис. 4: Початкові умови.

В початковий момент часу функція розподілу має вигляд: $f(0, \mathbf{r}, \mathbf{p}) = \mathcal{F}(\mathbf{r}, \mathbf{p})$. При цьому початкова функція розподілу $\mathcal{F}(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ є сумою функцій розподілу нуклонів у налітаючих ядрах: $\mathcal{F}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \mathcal{F}_A(\mathbf{r}, \mathbf{p}) + \mathcal{F}_B(\mathbf{r}, \mathbf{p})$, де $\mathcal{F}_{A(B)}(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ – початковий розподіл нуклонів у ядрі А (або В).

Знехтуємо в початковий момент часу просторово-імпульсними кореляці-

ями в розподілі нуклонів в ядрах:

$$\mathcal{F}_{A(B)}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \rho_{A(B)}(\mathbf{r}) g_{A(B)}(\mathbf{p}), \quad (12)$$

де $\rho_{A(B)}(\mathbf{r})$ – початковий розподіл нуклонів в координатному просторі, а $g_{A(B)}(\mathbf{p})$ – початковий розподіл нуклонів в імпульсному просторі.

Запишемо вираз для початкового розподілу $\rho'_{A(B)}(\mathbf{r})$ у власній системі координат ядра A (або B). Скористаємось розподілом Вудса-Саксона:

$$\rho'_{A(B)}(\mathbf{r}) = \frac{c_\rho}{1 + \exp\left[\frac{1}{a}(|\mathbf{r}| - R_0)\right]}, \quad (13)$$

де a – дифузність краю, R_0 – радіус ядра. Зазначимо, що радіус R_0 у розподілі Вудса-Саксона необов'язково співпадає з радіусом R що визначає початкову відстань між ядрами (10). Стала нормування c_ρ знаходиться з умови $\int d\mathbf{r} \rho(\mathbf{r}) = A$, де A – кількість нуклонів в ядрі.

Перехід до лабораторної системи (що збігається із системою центра мас двох ядер) відбувається внаслідок зсуву координати центра кожного із ядер та подальшого перетворення Лоренца. Будемо вважати, що в початковий момент часу центри ядер мають координати $(x_{A(B)}, 0, z_{A(B)})$, де $x_A = \frac{b}{2}$, $x_B = -\frac{b}{2}$, b – прицільний параметр.

У якості початкового імпульсного розподілу виберемо розподіл, що відповідає заданому значенню імпульсу, який визначається енергією зіткнення ядер.

Тоді початкову функцію розподілу для ядра A або B можна записати у вигляді:

$$\mathcal{F}_{A(B)}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \rho_{A(B)}(\mathbf{r}) g_{A(B)}(\mathbf{p}), \quad (14)$$

$$\rho_{A(B)}(\mathbf{r}) = \frac{\tilde{C}}{1 + \exp\left\{\frac{1}{a}\left[\sqrt{(x - x_{A(B)})^2 + y^2 + [\gamma(z - z_{A(B)})]^2} - R_0\right]\right\}}, \quad (15)$$

$$g_{A(B)}(\mathbf{p}) = \delta^2(\mathbf{p}_\perp) \delta(p_z - p_{A(B)}), \quad (16)$$

де $\delta^2(\mathbf{p}_\perp) = \delta(p_x)\delta(p_y)$, $p_A = p_0$, $p_B = -p_0$, p_0 – модуль початкового імпульсу нуклона в ядрі. Константа \tilde{C} визначається умовою нормування $\int d\mathbf{r} \rho_{A(B)}(\mathbf{r}) = A$ і пов'язана з константою c_ρ із (13) співвідношенням $\tilde{C} = \gamma c_\rho$.

2.4 Функція розподілу у нульовому наближенні

У нульовому наближенні функція розподілу $f^{(0)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p})$ задовольняє рівняння Больцмана із нульовою правою частиною:

$$p^\mu \partial_\mu f^{(0)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}) = 0. \quad (17)$$

Наближення, у якому права частина рівняння Больцмана дорівнює нулю називається *балістичним режимом*.

З урахуванням початкової умови $\mathcal{F}(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ розв'язок рівняння (17) має вигляд:

$$f^{(0)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}) = f_A^{(0)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}) + f_B^{(0)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}) = \mathcal{F}_A(\mathbf{r} - \mathbf{v}t, \mathbf{p}) + \mathcal{F}_B(\mathbf{r} - \mathbf{v}t, \mathbf{p}), \quad (18)$$

де $\mathbf{v} = \frac{\mathbf{p}}{E_p}$, $E_p = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}$, $f_{A(B)}^{(0)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}) = \mathcal{F}_{A(B)}(\mathbf{r} - \mathbf{v}t, \mathbf{p})$.

Таким чином у нульовому наближенні залежна від часу функція розподілу нуклонів в системі є сумою залежних від часу функцій розподілу нуклонів $f_A^{(0)}$ та $f_B^{(0)}$ у ядрах A та B відповідно. Так само, як і початкові функції розподілу, ці функції мають вигляд добутку просторового та імпульсного розподілів і визначаються початковим розподілом і початковою швидкістю руху ядер:

$$f_{A(B)}^{(0)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}) = \rho_{A(B)}(\mathbf{r} - \mathbf{v}_{A(B)}t) \delta^2(\mathbf{p}_\perp) \delta(p_z - p_{A(B)}), \quad (19)$$

де $\mathbf{v}_A = \mathbf{v}_0$, $\mathbf{v}_B = -\mathbf{v}_0$, $\mathbf{v}_0 = (0, 0, V_0)$. Введемо позначення, яким будемо користуватись далі:

$$\rho_{A(B)}^{(0)}(t, \mathbf{r}) = \rho_{A(B)}(\mathbf{r} - \mathbf{v}_{A(B)}t). \quad (20)$$

Тобто $\rho_{A(B)}$ є залежним від часу просторовим розподілом нуклонів у ядрах у нульовому наближенні.

Функції розподілу, які отримані у цьому наближенні, відповідають ситуації, коли ядра проходять одне через інше без зіткнень між нуклонами, або із зіткненнями із розсіянням нуклонів строго вперед (Рис. 5).

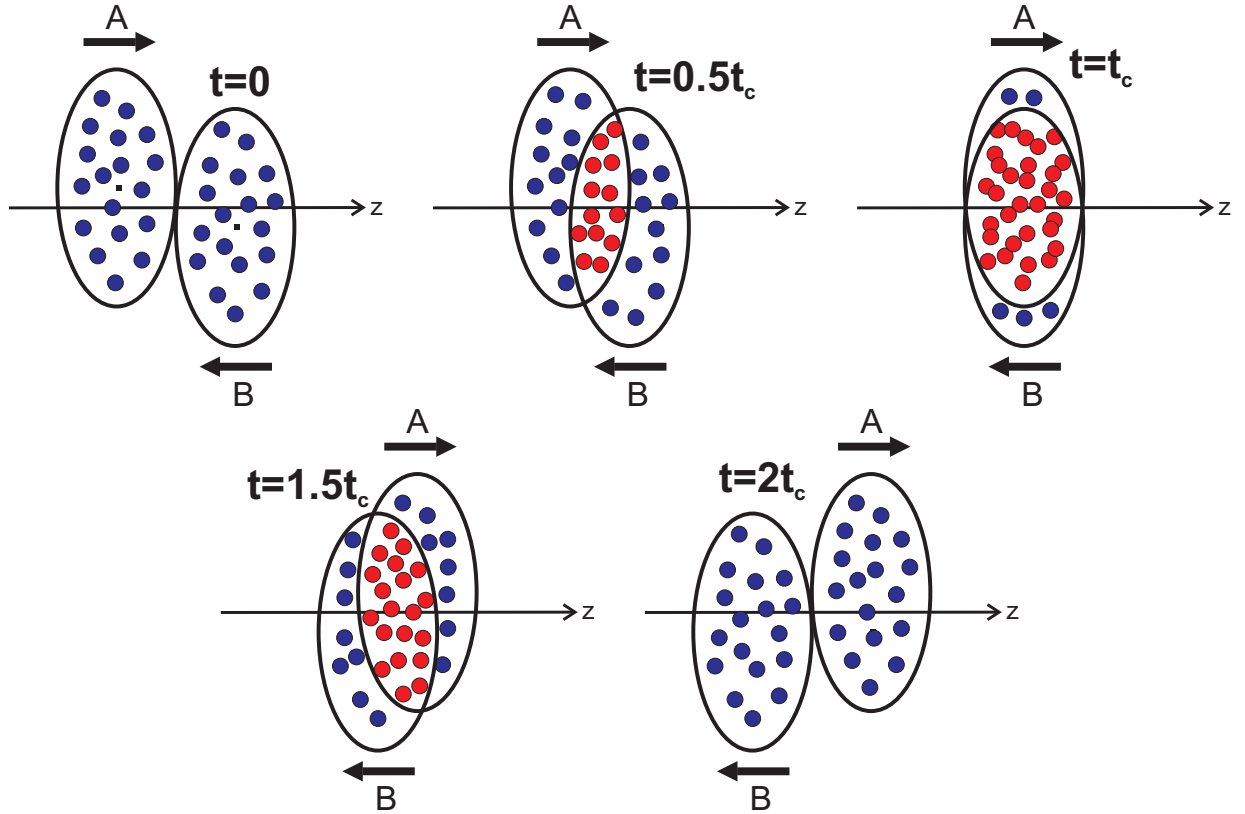


Рис. 5: Еволюція системи у балістичному режимі. На рисунку зображено систему у різні моменти часу.

2.5 Функція розподілу у першому наближенні

При побудові першого наближення розіб'ємо функцію розподілу на три доданки:

$$f^{(1)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}) = f_A^{(1)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}) + f_B^{(1)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}) + f_{part}^{(1)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}). \quad (21)$$

Тут $f_{A(B)}^{(1)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p})$ – функція розподілу нуклонів ядра A або B , які на момент часу t не прийняли участі у жодному зіткненні (нуклони-спектатори),

а $f_{part}^{(1)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p})$ – функція розподілу нуклонів, що прийняли участь у хоча б одному зіткненні (нуклони-учасники). Розділення нуклонів на нуклони-спектатори і нуклони-учасники схематично представлено на Рис. 6.

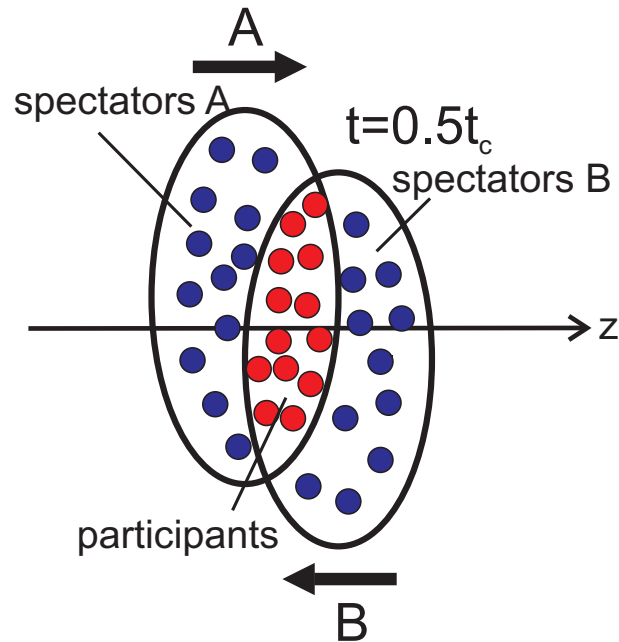


Рис. 6: Розділення фаєрбола на нуклони-спектатори і нуклони-учасники.

Розділення нуклонів на нуклони-спектатори і нуклони-учасники є цілком природним при описі зіткнення релятивістських ядер, а особливо при дослідженні зіткнень із різним прицільним параметром, оскільки співвідношення між кількістю спектаторів і учасників сильно залежить від цього параметру. Варто зазначити, що в даній роботі досліджуються залежні від часу функції розподілу нуклонів-спектаторів і нуклонів-учасників, і співвідношення між цими нуклонами змінюється з часом: кількість нуклонів-спектаторів зменшується, а кількість нуклонів-учасників відповідно збільшується. Повна кількість нуклонів, як було зазначено на початку, не змінюється.

При побудові рівнянь для $f_A^{(1)}$, $f_B^{(1)}$ і $f_{part}^{(1)}$ використаємо такі припущення:

1. Функції розподілу $f_A^{(1)}$, $f_B^{(1)}$ і $f_{part}^{(1)}$ описуються кінетичним рівнянням Больцмана.
2. Нуклони-спектатори ядра A приймають участь у зіткненнях із нуклонами із ядра B , що описуються функцією розподілу $f_B^{(0)}$ у нульовому

наближенні. В результаті зіткнення нуклони-спектатори ядра A “переходять” з функції розподілу $f_A^{(1)}$ у функцію розподілу $f_{part}^{(1)}$.

3. Нуклони-спектатори ядра B приймають участь у зіткненнях із нуклонами із ядра A , що описуються функцією розподілу $f_A^{(0)}$ у нульовому наближенні. В результаті зіткнення нуклони-спектатори ядра B “переходять” з функції розподілу $f_B^{(1)}$ у функцію розподілу $f_{part}^{(1)}$.

На основі цих припущень отримуємо наступні рівняння для функцій $f_A^{(1)}$, $f_B^{(1)}$ і $f_{part}^{(1)}$:

$$p^\mu \partial_\mu f_A^{(1)} = -\frac{1}{2} \int \frac{d^3 p_1}{E_{p_1}} \frac{d^3 p'}{E_{p'}} \frac{d^3 p'_1}{E_{p'_1}} f_A^{(1)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}) f_B^{(0)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}_1) W(p, p_1 | p', p'_1), \quad (22)$$

$$p^\mu \partial_\mu f_B^{(1)} = -\frac{1}{2} \int \frac{d^3 p_1}{E_{p_1}} \frac{d^3 p'}{E_{p'}} \frac{d^3 p'_1}{E_{p'_1}} f_B^{(1)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}) f_A^{(0)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}_1) W(p, p_1 | p', p'_1), \quad (23)$$

$$p^\mu \partial_\mu f_{part}^{(1)} = \frac{1}{2} \int \frac{d^3 p_1}{E_{p_1}} \frac{d^3 p'}{E_{p'}} \frac{d^3 p'_1}{E_{p'_1}} f_A^{(1)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}') f_B^{(0)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}'_1) W(p', p'_1 | p, p_1) + \frac{1}{2} \int \frac{d^3 p_1}{E_{p_1}} \frac{d^3 p'}{E_{p'}} \frac{d^3 p'_1}{E_{p'_1}} f_B^{(1)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}') f_A^{(0)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}'_1) W(p', p'_1 | p, p_1), \quad (24)$$

$$f_{A(B)}^{(1)}(0, \mathbf{r}, \mathbf{p}) = \mathcal{F}_{A(B)}(\mathbf{r}, \mathbf{p}), \quad (25)$$

$$f_{part}^{(1)}(0, \mathbf{r}, \mathbf{p}) = 0, \quad (26)$$

де $W(p, p_1 | p', p'_1) = s \sigma(s, \theta) \delta^4(p + p_1 - p' - p'_1)$ – швидкість переходу.

2.5.1 Рівняння неперервності

Покажемо, що у системі, яка описується функцією розподілу у першому наближенні (21) зберігається кількість нуклонів у часі. Для цього додамо

рівняння (22), (23) і (24). В результаті отримаємо рівняння для функції $f^{(1)}$:

$$\begin{aligned}
p^\mu \partial_\mu f^{(1)} &= \frac{1}{2} \int \frac{d^3 p_1}{E_{p_1}} \frac{d^3 p'}{E_{p'}} \frac{d^3 p'_1}{E_{p'_1}} f_A^{(1)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}') f_B^{(0)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}'_1) W(p', p'_1 | p, p_1) \\
&- \frac{1}{2} \int \frac{d^3 p_1}{E_{p_1}} \frac{d^3 p'}{E_{p'}} \frac{d^3 p'_1}{E_{p'_1}} f_A^{(1)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}) f_B^{(0)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}_1) W(p, p_1 | p', p'_1) \\
&+ \frac{1}{2} \int \frac{d^3 p_1}{E_{p_1}} \frac{d^3 p'}{E_{p'}} \frac{d^3 p'_1}{E_{p'_1}} f_B^{(1)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}') f_A^{(0)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}'_1) W(p', p'_1 | p, p_1) \\
&- \frac{1}{2} \int \frac{d^3 p_1}{E_{p_1}} \frac{d^3 p'}{E_{p'}} \frac{d^3 p'_1}{E_{p'_1}} f_B^{(1)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}) f_A^{(0)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}_1) W(p, p_1 | p', p'_1). \tag{27}
\end{aligned}$$

Розділимо обидві частини рівняння на E_p і проінтегруємо по $d^3 p$:

$$\begin{aligned}
&\int d^3 p (\partial_t + \mathbf{v} \nabla_{\mathbf{r}}) f^{(1)} = \\
&\frac{1}{2} \int \frac{d^3 p}{E_p} \frac{d^3 p_1}{E_{p_1}} \frac{d^3 p'}{E_{p'}} \frac{d^3 p'_1}{E_{p'_1}} f_A^{(1)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}') f_B^{(0)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}'_1) W(p', p'_1 | p, p_1) \\
&- \frac{1}{2} \int \frac{d^3 p}{E_p} \frac{d^3 p_1}{E_{p_1}} \frac{d^3 p'}{E_{p'}} \frac{d^3 p'_1}{E_{p'_1}} f_A^{(1)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}) f_B^{(0)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}_1) W(p, p_1 | p', p'_1) \\
&+ \frac{1}{2} \int \frac{d^3 p}{E_p} \frac{d^3 p_1}{E_{p_1}} \frac{d^3 p'}{E_{p'}} \frac{d^3 p'_1}{E_{p'_1}} f_B^{(1)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}') f_A^{(0)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}'_1) W(p', p'_1 | p, p_1) \\
&- \frac{1}{2} \int \frac{d^3 p}{E_p} \frac{d^3 p_1}{E_{p_1}} \frac{d^3 p'}{E_{p'}} \frac{d^3 p'_1}{E_{p'_1}} f_B^{(1)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}) f_A^{(0)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}_1) W(p, p_1 | p', p'_1). \tag{28}
\end{aligned}$$

З тієї властивості швидкості переходу, що $W(p, p_1 | p', p'_1) = W(p, p_1 | p', p'_1)$ випливає, що 1-й і 2-й доданки в правій частині, а також і 3-й і 4-й доданки скорочуються і права частина рівняння (28) дорівнює нулю. Врахуємо, що $\int d^3 p f^{(1)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}) = \rho^{(1)}(t, \mathbf{r})$ – густина нуклонів у першому наближенні, а $\int d^3 p \mathbf{v} f^{(1)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}) = \mathbf{u}^{(1)}(t, \mathbf{r}) \rho^{(1)}(t, \mathbf{r})$, де $\mathbf{u}^{(1)}(t, \mathbf{r})$ – колективна (гідродинамічна) швидкість нуклонів у першому наближенні. Тоді рівняння (28) набуває вигляду:

$$\frac{\partial \rho^{(1)}}{\partial t} + \operatorname{div} \left(\mathbf{u}^{(1)} \rho^{(1)} \right) = 0. \tag{29}$$

Рівняння (29) є рівнянням неперервності і відображає локальний закон збереження кількості нуклонів в системі. Таким чином функція розподілу у першому наближенні відповідає вимозі нашої моделі щодо збереження кільк-

кості нуклонів у часі.

2.5.2 Функція Гріна рівняння Больцмана

Функція Гріна $G(t, \mathbf{r}; t_0, \mathbf{r}_0; \mathbf{p})$ рівняння Больцмана задовольняє задачу:

$$p^\mu \partial_\mu G(t, \mathbf{r}; t', \mathbf{r}'; \mathbf{p}) = \delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta(t - t'), \quad (30)$$

$$G(t = 0, \mathbf{r}; t', \mathbf{r}'; \mathbf{p}) = 0. \quad (31)$$

Знайдемо функцію Гріна за допомогою перетворення Фур'є:

$$G(t, \mathbf{r}; t', \mathbf{r}'; \mathbf{p}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3\mathbf{k} e^{i\mathbf{k}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')} \widehat{G}(t, \mathbf{k}; t', \mathbf{r}'; \mathbf{p}). \quad (32)$$

Підставляючи вираз (32) у рівняння (30) і прирівнюючи підінтегральні вирази при експонентах із врахуванням того, що $\delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3\mathbf{k} e^{i\mathbf{k}(\mathbf{r}-\mathbf{r}'')}$ отримаємо задачу для Фур'є-образу:

$$\frac{\partial G(t, \mathbf{k}; t', \mathbf{r}'; \mathbf{p})}{\partial t} + i\mathbf{k} \mathbf{v} G(t, \mathbf{k}; t', \mathbf{r}'; \mathbf{p}) = \frac{\delta(t - t')}{E_p}, \quad (33)$$

$$G(t = 0, \mathbf{k}; t', \mathbf{r}'; \mathbf{p}) = 0, \quad (34)$$

де $\mathbf{v} = \frac{\mathbf{p}}{E_p}$.

Рівняння (33) є лінійним неоднорідним диференціальним рівнянням першого порядку і його розв'язок має вигляд:

$$G(t, \mathbf{k}; t', \mathbf{r}'; \mathbf{p}) = \frac{\exp\left(-\int_0^t i\mathbf{k}\mathbf{v}dt_1\right)}{E_p} \int_0^t \exp\left(\int_0^{t_1} i\mathbf{k}\mathbf{v}dt_2\right) \delta(t_1 - t') dt_1. \quad (35)$$

В результаті інтегрування отримаємо:

$$G(t, \mathbf{k}; t', \mathbf{r}'; \mathbf{p}) = e^{-i\mathbf{k}\mathbf{v}(t-t')} \frac{\theta(t - t')}{E_p}. \quad (36)$$

Підставимо отриманий вираз у (32)

$$G(t, \mathbf{r}; t', \mathbf{r}'; \mathbf{p}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3\mathbf{k} e^{i\mathbf{k}(\mathbf{r}-\mathbf{r}'-\mathbf{v}(t-t'))} \frac{\theta(t-t')}{E_p}. \quad (37)$$

Виконуючи інтегрування отримаємо:

$$G(t, \mathbf{r}; t', \mathbf{r}'; \mathbf{p}) = \delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{r}' - \mathbf{v}(t - t')) \frac{\theta(t - t')}{E_p}. \quad (38)$$

Як і очікувалося, функція Гріна залежить тільки від різниць $(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ і $(t - t')$ і можна записати

$$\begin{aligned} G(t, \mathbf{r}; t', \mathbf{r}'; \mathbf{p}) &= G(t - t', \mathbf{r} - \mathbf{r}'; \mathbf{p}), \\ G(t, \mathbf{r}; \mathbf{p}) &= \delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{v}t) \frac{\theta(t)}{E_p}. \end{aligned} \quad (39)$$

2.5.3 Функції розподілу нуклонів-спектаторів

Проінтегруємо праву частину рівняння (22) по імпульсах продуктів реакції [1]:

$$p^\mu \partial_\mu f_A^{(1)} = -\frac{1}{2} \int \frac{d^3 p_1}{E_{p_1}} d\Omega \sigma(s, \theta) \frac{1}{2} \sqrt{s(s - 4m^2)} f_A^{(1)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}) f_B^{(0)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}_1). \quad (40)$$

Врахуємо, що $\frac{1}{2} \int d\Omega \sigma(s, \theta) = \sigma_0(s)$ – повний переріз розсіяння, а також використаємо явний вигляд функції $f_A^{(0)}$ (19) і проінтегруємо по p_1

$$p^\mu \partial_\mu f_A^{(1)} = -\frac{\sigma_0(s)}{E_{p_0}} \frac{1}{2} \sqrt{s(s - 4m^2)} f_A^{(1)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}) \rho_B^{(0)}(t, \mathbf{r}). \quad (41)$$

З урахуванням початкового імпульсного розподілу будемо шукати розв'язок $f_A^{(1)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p})$ у вигляді

$$f_A^{(1)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}) = \rho_A^{(1)}(t, \mathbf{r}) \delta^2(\mathbf{p}_\perp) \delta(p_z - p_A), \quad (42)$$

де $p_A = p_0$. Тоді, з урахуванням того, що $E_{p_0} = \frac{\sqrt{s}}{2}$, $p_0 = \frac{1}{2}\sqrt{s - 4m^2}$ і $V_0 = \frac{p_0}{E_{p_0}}$ отримаємо рівняння для $\rho_A^{(1)}(t, \mathbf{r})$

$$p_0^\mu \partial_\mu \rho_A^{(1)}(t, \mathbf{r}) = -2\sigma_0 V_0 \rho_A^{(1)}(t, \mathbf{r}) \rho_B^{(0)}(t, \mathbf{r}), \quad (43)$$

$$\rho_A^{(1)}(0, \mathbf{r}) = \rho_A^{(0)}(0, \mathbf{r}) = \rho_A(\mathbf{r}). \quad (44)$$

Будемо шукати розв'язок у вигляді $\rho_A^{(1)}(t, \mathbf{r}) = \rho_A^{(0)}(t, \mathbf{r}) \cdot \exp(g(t, \mathbf{r}))$, де $g(t, \mathbf{r})$ – нова невідома функція. Підставивши цей вираз у рівняння (43) з урахуванням того, що $p_0^\mu \partial_\mu \rho_A^{(0)}(t, \mathbf{r}) = 0$ отримаємо рівняння для $g(t, \mathbf{r})$

$$p_0^\mu \partial_\mu g(t, \mathbf{r}) = -2\sigma_0 V_0 \rho_B^{(0)}(t, \mathbf{r}), \quad (45)$$

$$g(0, \mathbf{r}) = 0. \quad (46)$$

Розв'язок цієї задачі знайдемо за допомогою функції Гріна рівняння Больцмана (39):

$$G(t, \mathbf{r}; \mathbf{p}_0) = \frac{\theta(t)}{E_{p_0}} \delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{v}_0 t).$$

Тоді розв'язок записується у вигляді:

$$g(t, \mathbf{r}) = \int_0^\infty dt' \int d^3 \mathbf{r}' G(t - t', \mathbf{r} - \mathbf{r}'; \mathbf{p}_0) \cdot (-2\sigma_0 V_0 \rho_B^{(0)}(t', \mathbf{r}')). \quad (47)$$

Провівши обчислення отримуємо

$$g(t, \mathbf{r}) = -2\sigma_0 V_0 \int_0^t dt' \rho_B^{(0)}(t', \mathbf{r} - \mathbf{v}_0(t - t')). \quad (48)$$

Підставивши результат у вираз для $\rho_A^{(1)}(t, \mathbf{r})$, а потім у рівняння (42) отримаємо вираз для $f_A^{(1)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p})$:

$$f_A^{(1)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}) = \rho_A^{(0)}(t, \mathbf{r}) \delta^2(\mathbf{p}_\perp) \delta(p_z - p_A) \times \\ \times \exp\left(-2\sigma_0 V_0 \int_0^t dt' \rho_B^{(0)}(t', \mathbf{r} - \mathbf{v}_A(t - t'))\right), \quad (49)$$

де $\mathbf{v}_A = \frac{\mathbf{p}_A}{E_{p_A}} = \mathbf{v}_0$. Або, з урахуванням вигляду функції $f_A^{(0)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p})$ (19), отримаємо остаточний вираз для $f_A^{(1)}$

$$f_A^{(1)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}) = f_A^{(0)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}) \exp \left(-2\sigma_0 V_0 \int_0^t dt' \rho_B^{(0)}(t', \mathbf{r} - \mathbf{v}_A(t - t')) \right). \quad (50)$$

Аналогічним чином знаходимо функцію $f_B^{(1)}$:

$$f_B^{(1)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}) = f_B^{(0)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}) \exp \left(-2\sigma_0 V_0 \int_0^t dt' \rho_A^{(0)}(t', \mathbf{r} - \mathbf{v}_B(t - t')) \right), \quad (51)$$

де $\mathbf{v}_B = \frac{\mathbf{p}_B}{E_{p_B}} = -\mathbf{v}_0$.

Таким чином функція розподілу нуклонів-спектаторів ядра A або B в першому наближенні є функцією розподілу нуклонів ядра у нульовому наближенні, домноженою на експоненційний множник, який враховує зіткнення нуклонів і їх “вихід” із $f_{A(B)}^{(1)}$ з часом.

2.5.4 Функція розподілу нуклонів-учасників

Знайдемо функцію розподілу $f_{part}^{(1)}$, що задовольняє рівняння (24). Позначимо перший і другий доданки в правій частині рівняння (24) як, відповідно, C_1 і C_2 . Маємо:

$$C_1 = \frac{1}{2} \int \frac{d^3 p_1}{E_{p_1}} \frac{d^3 p'}{E_{p'}} \frac{d^3 p'_1}{E_{p'_1}} f_A^{(1)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}') f_B^{(0)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}'_1) s \sigma(s, \theta) \delta^4(p + p_1 - p' - p'_1). \quad (52)$$

Враховуючи явний вигляд функцій $f_A^{(1)}$ і $f_B^{(0)}$ виконаємо інтегрування по імпульсах p' і p'_1 і врахуємо, що $s = 4(E_{p_0})^2$.

$$C_1 = 2 \int \frac{d^3 p_1}{E_{p_1}} \rho_A^{(1)}(t, \mathbf{r}) \rho_B^{(0)}(t, \mathbf{r}) \sigma(s, \theta) \delta(E_p + E_{p_1} - 2E_{p_0}) \delta^3(\mathbf{p} + \mathbf{p}_1). \quad (53)$$

Виконуючи інтегрування по імпульсу p_1 отримаємо

$$C_1 = \frac{2}{E_{p_0}} \sigma(s, \theta) \delta(2E_p - 2E_{p_0}) \rho_A^{(1)}(t, \mathbf{r}) \rho_B^{(0)}(t, \mathbf{r}). \quad (54)$$

Враховуючи, що $\delta(2E_p - 2E_{p_0}) = \frac{1}{2} \frac{E_p}{p_0} \delta(|\mathbf{p}| - p_0)$ отримаємо

$$C_1 = \frac{\sigma(s, \theta)}{p_0} \delta(|\mathbf{p}| - p_0) \rho_A^{(1)}(t, \mathbf{r}) \rho_B^{(0)}(t, \mathbf{r}). \quad (55)$$

Аналогічно знаходимо C_2 :

$$C_2 = \frac{\sigma(s, \theta)}{p_0} \delta(|\mathbf{p}| - p_0) \rho_A^{(0)}(t, \mathbf{r}) \rho_B^{(1)}(t, \mathbf{r}). \quad (56)$$

Підставляючи C_1 і C_2 у рівняння для $f_{part}^{(1)}$ (24) отримаємо

$$p^\mu \partial_\mu f_{part}^{(1)} = \frac{\sigma(s, \theta)}{p_0} \delta(|\mathbf{p}| - p_0) \cdot \left(\rho_A^{(1)}(t, \mathbf{r}) \rho_B^{(0)}(t, \mathbf{r}) + \rho_A^{(0)}(t, \mathbf{r}) \rho_B^{(1)}(t, \mathbf{r}) \right), \quad (57)$$

$$f_{part}^{(1)}(0, \mathbf{r}, \mathbf{p}) = 0. \quad (58)$$

Диференціальний переріз в правій частині рівняння визначає розподіл напрямку руху нуклона в результаті зіткнення, а дельта-функція відображає закон збереження енергії.

Розв'язок знаходимо за допомогою функції Гріна (2.5.3):

$$f_{part}^{(1)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}) = \frac{\sigma(s, \theta)}{p_0 E_{p_0}} \delta(|\mathbf{p}| - p_0) A_{part}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}), \quad (59)$$

$$A_{part}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}) = \int_0^t dt' \left(\rho_A^{(1)}(t', \mathbf{r}'_p) \rho_B^{(0)}(t', \mathbf{r}'_p) + \rho_A^{(0)}(t', \mathbf{r}'_p) \rho_B^{(1)}(t', \mathbf{r}'_p) \right), \quad (60)$$

де $\mathbf{r}'_p = \mathbf{r} - \frac{\mathbf{p}}{E_p}(t - t')$.

2.5.5 Узагальнення на випадок непружних зіткнень

Вираз (60) задає залежну від часу функцію розподілу нуклонів-учасників. Дельта-функція $\delta(|\mathbf{p}| - p_0)$, яка входить у вираз для функції розподілу відображає закон збереження енергії нуклонів у пружних зіткненнях. Врахову-

ючи зв'язок $\delta(|\mathbf{p}| - p_0) = \frac{p_0}{E_p} \delta(E_p - E_{p_0})$ перепишемо вираз (60) для $f_{part}^{(1)}$:

$$f_{part}^{(1)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}) = \frac{\sigma(s, \theta)}{E_{p_0}^2} \delta(E_p - E_{p_0}) A_{part}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}). \quad (61)$$

У цьому виразі $\delta(E_p - E_{p_0})$ є густиною розподілу нуклонів по енергії в результаті пружних зіткнень. В дійсності значна частка зіткнень між нуклонами являє собою непружні зіткнення з народженням вторинних частинок – мезонів. В результаті цих зіткнень відбувається “перекачка” енергії з нуклонної (баріонної) підсистеми у мезонну. Для врахування втрати енергії у непружних зіткненнях у виразі (60) для функції розподілу нуклонів учасників можна замінити дельта-функцію $\delta(|\mathbf{p}| - p_0)$, яка задає розподіл нуклонів по енергії в результаті непружних зіткнень на густину розподілу нуклонів по енергії $J(E_p)$ в результаті всіх можливих реакцій. $J(E_p)$ має вигляд:

$$J(E_p) = w_1 \delta(E_p - E_{p_0}) + w_2 J_{in}(E_p), \quad (62)$$

де $w_1 = \frac{\sigma_{el}}{\sigma_0}$ – ймовірність того, що розсіяння було пружним, а $w_2 = \frac{\sigma_{in}}{\sigma_0}$ – ймовірність того, що розсіяння було непружним і при цьому $w_1 + w_2 = 1$. $J_{in}(E_p)$ є густиною розподілу нуклонів по енергії в результаті непружних реакцій. Функція розподілу $f_{part}^{(1)}$ таким чином набуває вигляду:

$$f_{part}^{(1)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}) = \frac{\sigma(s, \theta)}{E_{p_0}^2} J(E_p) A_{part}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}). \quad (63)$$

2.6 Просторовий розподіл нуклонів-спектаторів

За допомогою функцій розподілу нуклонів-спектаторів $f_{A(B)}^{(1)}$ запишемо їх розподіл по координатам (x, y)

$$\frac{d^2 N^{spec}}{dx dy} = \frac{d^2 N_A^{spec}}{dx dy} + \frac{d^2 N_B^{spec}}{dx dy} = \int dz \int d^3 \mathbf{p} \left(f_A^{(1)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{z}) + f_B^{(1)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{z}) \right). \quad (64)$$

Тут $\frac{d^2 N_{A(B)}^{spec}}{dxdy} = \int dz \int d^3 \mathbf{p} f_{A(B)}^{(1)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{z})$. Обчислимо $\frac{d^2 N_A^{spec}}{dxdy}$. Використовуючи явний вигляд функції $f_A^{(1)}$ (50) виконаємо інтегрування по імпульсах

$$\frac{d^2 N_A^{spec}}{dxdy} = \int dz \rho_A^{(1)}(t, \mathbf{r}). \quad (65)$$

Знайдемо розподіл при $t \rightarrow \infty$. Він буде задавати поперечний розподіл нуклонів-спектаторів після закінчення процесу зіткнення ядер, тобто нуклонів-спектаторів, які реєструються детектором. Розрахунок цього розподілу в нашій моделі являє собою інтерес оскільки його було розраховано на основі моделі Глаубера-Ситенка і порівняння результатів може дати відповідь на те, наскільки наша модель є узгодженою із моделлю Глаубера-Ситенка. Маємо

$$\frac{d^2 N_A^{spec}}{dxdy} = \lim_{t \rightarrow \infty} \int dz \rho_A^{(0)}(t, \mathbf{r}) \cdot \exp \left(-2\sigma_0 V_0 \int_0^t dt' \rho_B^{(0)}(t', \mathbf{r} - \mathbf{v}_A(t - t')) \right). \quad (66)$$

Врахуємо те, що в моменти часу $t < 0$ зіткнень в системі не має, отже розподіл нуклонів-спектаторів не повинен змінюватися при $t < 0$. Математично це означає, що можна з високою точністю записати

$$\frac{d^2 N_A^{spec}}{dxdy} = \lim_{t \rightarrow \infty} \int dz \rho_A^{(0)}(t, \mathbf{r}) \cdot \exp \left(-2\sigma_0 V_0 \int_{-\infty}^t dt' \rho_B^{(0)}(t', \mathbf{r} - \mathbf{v}_A(t - t')) \right). \quad (67)$$

Враховуючи, що $\rho_{A(B)}^{(0)}(t, \mathbf{r}) = \rho_{A(B)}(\mathbf{r} - \mathbf{v}_{A(B)}t)$ і те, що $\mathbf{v}_a = \mathbf{v}_0$, $\mathbf{v}_b = -\mathbf{v}_0$ отримаємо

$$\frac{d^2 N_A^{spec}}{dxdy} = \lim_{t \rightarrow \infty} \int dz \rho_A(\mathbf{r} - \mathbf{v}_0 t) \cdot \exp \left(-2\sigma_0 V_0 \int_{-\infty}^t dt' \rho_B(\mathbf{r} - \mathbf{v}_0(t - t') + \mathbf{v}_0 t') \right). \quad (68)$$

Зробимо заміну $z - V_0 t = z'$. З урахуванням того, що $\mathbf{v}_0 = (0, 0, V_0)$ отримуємо

$$\frac{d^2 N_A^{spec}}{dxdy} = \lim_{t \rightarrow \infty} \int dz' \rho_A(\mathbf{r}') \cdot \exp \left(-2\sigma_0 V_0 \int_{-\infty}^t dt' \rho_B(\mathbf{r}' + 2\mathbf{v}_0 t') \right), \quad (69)$$

де $\mathbf{r}' = (x, y, z')$. Виконаємо граничний перехід під знаком інтеграла:

$$\frac{d^2 N_A^{spec}}{dx dy} = \int dz' \rho_A(\mathbf{r}') \cdot \exp \left(-2\sigma_0 V_0 \int_{-\infty}^{\infty} dt' \rho_B(\mathbf{r}' + 2\mathbf{v}_0 t') \right), \quad (70)$$

Зробимо заміну при інтегруванні під експонентою $z' + 2V_0 t' = z$, $dt' = \frac{1}{2V_0} dz$. Отримаємо

$$\frac{d^2 N_A^{spec}}{dx dy} = \int dz' \rho_A(\mathbf{r}') \cdot \exp \left(-\sigma_0 \int_{-\infty}^{\infty} dz \rho_B(\mathbf{r}) \right), \quad (71)$$

Позначимо $T_{A(B)}(x, y) = \int dz \rho_{A(B)}(x, y, z)$ – початковий поперечний розподіл нуклонів у ядрі. Тоді отримаємо остаточний результат

$$\frac{d^2 N_A^{spec}}{dx dy} = T_A(x, y) \cdot \exp(-\sigma_0 T_B(x, y)). \quad (72)$$

Аналогічно

$$\frac{d^2 N_B^{spec}}{dx dy} = T_B(x, y) \cdot \exp(-\sigma_0 T_A(x, y)). \quad (73)$$

Остаточний результат

$$\frac{d^2 N^{spec}}{dx dy} = T_A(x, y) \cdot \exp(-\sigma_0 T_B(x, y)) + T_B(x, y) \cdot \exp(-\sigma_0 T_A(x, y)). \quad (74)$$

Цей результат збігається із відповідною формулою на основі моделі Глаубера-Ситенка [18]. Але, при цьому, в нашій моделі отримано також залежні від часу функції розподілу нуклонів-спектаторів, а не лише асимптотичний вираз при $t \rightarrow \infty$.

2.7 Густина реакцій

Фаєрбол зручно досліджувати з точки зору перебігу у ньому адронних реакцій [22]. Основною характеристикою тут є 4-густина реакцій, яка визначає кількість реакцій в одиниці просторово-часового об'єму. Функція розподілу нуклонів в системі дає змогу розрахувати 4-густина двочастинкових нуклонних реакцій в системі. У наближенні двочастинкових пружних зі-

ТКНЕНЬ ВОНА МАЄ ВИГЛЯД:

$$\Gamma(t, \mathbf{r}) = \frac{1}{4} \int \frac{d^3 p}{E_p} \frac{d^3 p_1}{E_{p_1}} \frac{d^3 p'}{E'_p} \frac{d^3 p'_1}{E'_{p_1}} f(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}) f(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}_1) W(p, p_1 | p', p'_1). \quad (75)$$

Враховуючи явний вигляд швидкості переходу (9) проінтегруємо (75) по p' і p'_1 :

$$\Gamma(t, \mathbf{r}) = \frac{1}{2} \int \frac{d^3 p_1}{E_{p_1}} \frac{d^3 p_2}{E_{p_2}} d\Omega \frac{1}{2} \sigma(s, \theta) \frac{1}{2} \sqrt{s(s - 4m^2)} f(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}_1) f(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}_2), \quad (76)$$

де $s = (p_1 + p_2)^\mu (p_1 + p_2)_\mu$, θ – кут розсіяння. Тут $\int d\Omega \frac{1}{2} \sigma(s, \theta) = \sigma_0(s)$, де $\sigma_0(s)$ – повний переріз реакцій між нуклонами. Із врахуванням того, що

$$\frac{1}{2} \sqrt{s(s - 4m^2)} = \sqrt{(p_{1\mu} \cdot p_2^\mu)^2 - m^4}$$

густина реакцій (76) набуває вигляду:

$$\Gamma(t, \mathbf{r}) = \frac{1}{2} \int \frac{d^3 p_1}{E_{p_1}} \frac{d^3 p_2}{E_{p_2}} \sigma_0(s) \sqrt{(p_{1\mu} \cdot p_2^\mu)^2 - m^4} f(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}_1) f(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}_2). \quad (77)$$

Використовуючи вираз (77) і знайдені нами функції розподілу у нульовому і першому наближеннях можна розрахувати частоту нуклонних реакцій у цих наближеннях.

2.7.1 Густина реакцій у нульовому наближенні

Використаємо функцію розподілу у нульовому наближенні $f^{(0)} = f_A^{(0)} + f_B^{(0)}$ для знаходження густини реакцій у балістичному режимі:

$$\begin{aligned}
\Gamma^{(0)}(t, \mathbf{r}) &= \frac{1}{2} \int \frac{d^3 p_1}{E_{p_1}} \frac{d^3 p_2}{E_{p_2}} \sigma_0(s) \sqrt{(p_{1\mu} \cdot p_{2\mu})^2 - m^4} f_A^{(0)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}_1) f_A^{(0)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}_2) \\
&+ \frac{1}{2} \int \frac{d^3 p_1}{E_{p_1}} \frac{d^3 p_2}{E_{p_2}} \sigma_0(s) \sqrt{(p_{1\mu} \cdot p_{2\mu})^2 - m^4} f_B^{(0)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}_1) f_B^{(0)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}_2) \\
&+ \frac{1}{2} \int \frac{d^3 p_1}{E_{p_1}} \frac{d^3 p_2}{E_{p_2}} \sigma_0(s) \sqrt{(p_{1\mu} \cdot p_{2\mu})^2 - m^4} f_A^{(0)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}_1) f_B^{(0)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}_2) \\
&+ \frac{1}{2} \int \frac{d^3 p_1}{E_{p_1}} \frac{d^3 p_2}{E_{p_2}} \sigma_0(s) \sqrt{(p_{1\mu} \cdot p_{2\mu})^2 - m^4} f_B^{(0)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}_1) f_A^{(0)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}_2).
\end{aligned} \tag{78}$$

Імпульсний розподіл у функціях $f_{A(B)}^{(0)}$ (19) має вигляд дельта-функції тому перші два доданки у (78) зануляються внаслідок того, що $\sqrt{(p_{1\mu} \cdot p_{2\mu})^2 - m^4} = 0$ при $p_1 = p_2$. Інші два доданки рівні між собою і тому частота реакцій приймає вигляд:

$$\Gamma^{(0)}(t, \mathbf{r}) = \int \frac{d^3 p_1}{E_{p_1}} \frac{d^3 p_2}{E_{p_2}} \sigma_0(s) \sqrt{(p_{1\mu} \cdot p_{2\mu})^2 - m^4} f_A^{(0)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}_1) f_B^{(0)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}_2). \tag{79}$$

Використаємо явний вигляд функцій розподілу у нульовому наближенні (19) $f_{A(B)}^{(0)} = \rho_{A(B)}^{(0)}(t, \mathbf{r}) \delta^2(\mathbf{p}_\perp) \delta(p_z - p_{A(B)})$ і проінтегруємо по p_1 і p_2 :

$$\Gamma^{(0)}(t, \mathbf{r}) = 2 \sigma_0 V_0 \rho_A^{(0)}(t, \mathbf{r}) \rho_B^{(0)}(t, \mathbf{r}). \tag{80}$$

2.7.2 Густина реакцій у першому наближенні

Знайдемо вираз для густини реакцій у першому наближенні. У першому наближенні функція розподілу складається з трьох доданків $f^{(1)} = f_A^{(1)} + f_B^{(1)} + f_{part}^{(1)}$. Перед тим, як записати вираз для густини реакції введемо позначення:

$$\Gamma[f, g] = \frac{1}{2} \int \frac{d^3 p_1}{E_{p_1}} \frac{d^3 p_2}{E_{p_2}} \sigma_0(s) \sqrt{(p_{1\mu} \cdot p_{2\mu})^2 - m^4} f(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}_1) g(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}_2).$$

Тоді вигляд для густини реакцій у першому наближенні набуває вигляду:

$$\begin{aligned} \Gamma^{(1)}(t, \mathbf{r}) = & \Gamma[f_A^{(1)}, f_A^{(1)}] + \Gamma[f_B^{(1)}, f_B^{(1)}] + \Gamma[f_{part}^{(1)}, f_{part}^{(1)}] \\ & + 2\Gamma[f_A^{(1)}, f_B^{(1)}] + 2\Gamma[f_A^{(1)}, f_{part}^{(1)}] + 2\Gamma[f_B^{(1)}, f_{part}^{(1)}]. \end{aligned} \quad (81)$$

Перші два доданки рівні нулю, оскільки функції $f_{A(B)}^{(1)}$ мають імпульсний розподіл у вигляді дельта-функції. Тому вираз для частоти має вигляд:

$$\Gamma^{(1)}(t, \mathbf{r}) = \Gamma[f_{part}^{(1)}, f_{part}^{(1)}] + 2\Gamma[f_A^{(1)}, f_B^{(1)}] + 2\Gamma[f_A^{(1)}, f_{part}^{(1)}] + 2\Gamma[f_B^{(1)}, f_{part}^{(1)}]. \quad (82)$$

Доданки у правій частині рівняння (82) можна спростити використовуючи явний вигляд функцій $f_{A(B)}^{(1)}$ і $f_{part}^{(1)}$. Для простоти розрахунків не будемо враховувати непружні зіткнення і тому візьмемо $f_{part}^{(1)}$ у вигляді (60). Обчислюючи $\Gamma[f_{part}^{(1)}, f_{part}^{(1)}]$ перейдемо до сферичної системи координат при інтегруванні по \mathbf{p}_1 і \mathbf{p}_2 і тоді виконаємо інтегрування по $|\mathbf{p}_1|$ і $|\mathbf{p}_2|$:

$$\begin{aligned} \Gamma[f_{part}^{(1)}, f_{part}^{(1)}] = & \frac{1}{2} \frac{V_0^2}{E_{p_0}^2} \int d\Omega_{p_1} \int d\Omega_{p_2} \sigma_0(s) \sigma(s, \theta_{p_1}) \sigma(s, \theta_{p_2}) \times \\ & \times \sqrt{(p_{1\mu} \cdot p_{2\mu})^2 - m^4} A_{part}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}_1) A_{part}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}_2), \end{aligned} \quad (83)$$

де $s = (p_1 + p_2)^\mu (p_1 + p_2)_\mu$.

Доданок $\Gamma[f_A^{(1)}, f_B^{(1)}]$ має вигляд:

$$\Gamma[f_A^{(1)}, f_B^{(1)}] = \sigma_0 V_0 \rho_A^{(1)}(t, \mathbf{r}) \rho_B^{(1)}(t, \mathbf{r}). \quad (84)$$

Обчислюючи $\Gamma[f_{A(B)}^{(1)}, f_{part}^{(1)}]$ отримуємо:

$$\begin{aligned} \Gamma[f_{A(B)}^{(1)}, f_{part}^{(1)}] = & \frac{1}{2} \frac{V_0}{E_{p_0}^2} \rho_{A(B)}^{(1)}(t, \mathbf{r}) \int d\Omega_p \sigma_0(s) \sigma(s, \theta_p) \times \\ & \times \sqrt{(p_\mu \cdot p_{A(B)\mu})^2 - m^4} A_{part}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}). \end{aligned} \quad (85)$$

3 Результати розрахунків та їх обговорення

3.1 Частота реакцій

Проведемо розрахунки частоти нуклонних реакцій в системі. Частоту реакцій отримаємо проінтегрувавши густину реакцій по координатах:

$$\nu(t) = \int d^3\mathbf{r} \Gamma(t, \mathbf{r}). \quad (86)$$

Використаємо знайдені нами густини реакції у нульовому (80) і першому (82) наближеннях для обчислення частоти реакцій у відповідних наближеннях. Для чисельного обчислення багатовимірних інтегралів використаємо метод Монте-Карло. Слід зазначити, що у випадку центральних зіткнень ядер частота реакцій не містить залежності від азимутального кута φ внаслідок симетрії системи. У цьому випадку, проводячи чисельні обчислення для частоти реакцій, будемо переходити до циліндричної системи координат, що дозволяє виконати інтегрування по куту φ зменшити розмірність інтегралу.

Оскільки із збільшенням енергії зіткнення ядер збільшується кількість вторинних частинок, які теж дають свій внесок в еволюцію фаєрбола, то запропонована вище модель буде обгрунтованою для енергій, при яких внесок вторинних частинок є незначним. Тому виконаємо розрахунки в першу чергу для енергій експерименту AGS із зіткнення ядер золота. Для порівняння використаємо відповідні розрахунки частоти баріонних реакцій із монтекарлівської кінетичної моделі UrQMD.

Для розрахунків візьмемо середній переріз реакцій зіткнення нуклонів $\sigma_0 = \frac{1}{2}(\sigma_{pp} + \sigma_{np})$ [23]. Узгодження із розрахунками в UrQMD забезпечується початковим розподілом (14) із параметрами:

$$R_0 = \left(\frac{3}{4\pi\rho_0} \right)^{\frac{1}{3}} \left[\frac{1}{2} \left(A + (A^{\frac{1}{3}} - 1)^3 \right) \right]^{\frac{1}{3}}, \quad R = R_0 + 1.5 \text{ фм}$$

де $\rho_0 = 0.16 \text{ фм}^{-3}$ – густина ядра в основному стані, A – кількість нуклонів в ядрі, $\alpha = 0.545 \text{ фм}$ – дифузність краю.

Тоді для умов експерименту AGS (Au + Au) використаємо такі значення параметрів: $R_0 = 6.13$ фм, $\sigma_0 = 40$ мбн, $A = 197$. У першому наближенні будемо вважати переріз реакцій ізотропним: $\sigma(s, \theta) = \frac{\sigma_0}{2\pi}$. Будемо розглядати центральні зіткнення ядер, тобто $b = 0$ фм. Результати розрахунків для енергій ядра-снаряда $E_{\text{kin}} = 2A$ ГеВ і $E_{\text{kin}} = 10.8A$ ГеВ наведено на Рис. 7 і 8.

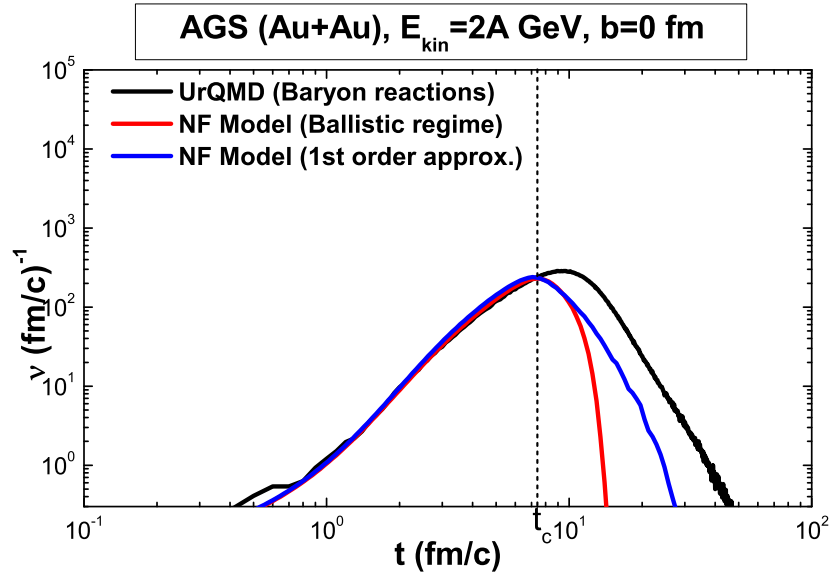


Рис. 7: Часова залежність частоти реакцій для умов експерименту AGS (Au + Au) при $E_{\text{kin}} = 2A$ ГеВ для розрахунків в UrQMD та в запропонованій моделі.

Із порівняння результатів розрахунків моделі нуклонного фаєрбола і UrQMD видно, що частота баріонних реакцій на початковій стадії еволюції системи описується функціями розподілу нашої моделі у нульовому (балістичний режим) і першому наближеннях. При цьому початкова стадія відповідає проміжку часу $[0, t_c]$, де t_c – час максимального перекриття ядер:

$$t_c = \frac{R}{\gamma} \cdot \frac{1}{V_0}.$$

З розрахунків випливає, що частота реакцій при енергіях AGS на початковій стадії описується проходженням ядер одне через одне без зіткнень, а максимум у часовій залежності частоти пояснюється максимальним перекриттям ядер у момент часу коли центри ядер співпадають.

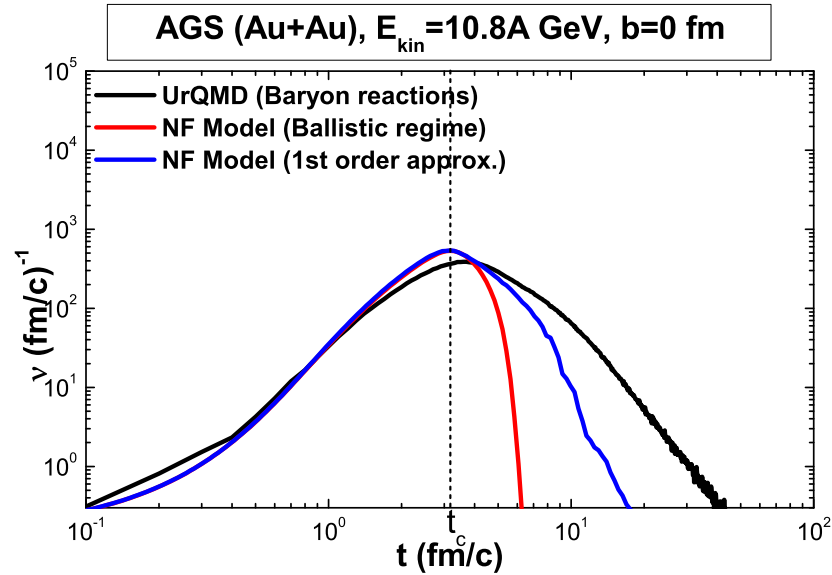


Рис. 8: Часова залежність частоти реакцій для умов експерименту AGS (Au + Au) при $E_{\text{kin}} = 2A$ ГеВ для розрахунків в UrQMD та в запропонованій моделі.

Використаємо модель нуклонного фаєрбола, щоб розрахувати частоту реакцій для умов експерименту SPS (Pb+Pb) із зіткнення ядер свинцю. Для цього експерименту використаємо такі значення параметрів: $R_0 = 6.24$ фм, $\sigma_0 = 40$ мбн, $A = 207$. Як і раніше, будемо розглядати центральні зіткнення ядер. Результати розрахунків для енергій ядра-снаряда $E_{\text{kin}} = 20A$ ГеВ і $E_{\text{kin}} = 40A$ ГеВ наведено на Рис. 9 і 10.

Видно, що при збільшенні енергії зіткнення розбіжності між розрахунками частоти реакцій у моделі нуклонного фаєрбола і UrQMD збільшуються. Це пов'язано із збільшенням долі непружних реакцій із народженням вторинних частинок, які приводять до втрати нуклонами енергії.

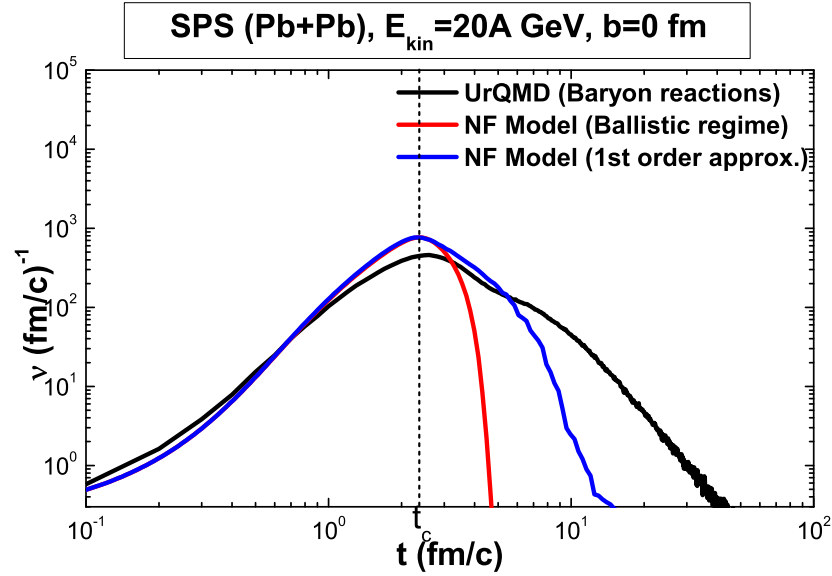


Рис. 9: Часова залежність частоти реакцій для умов експерименту SPS (Pb + Pb) при $E_{\text{kin}} = 20A$ GeV для розрахунків в UrQMD та в запропонованій моделі.

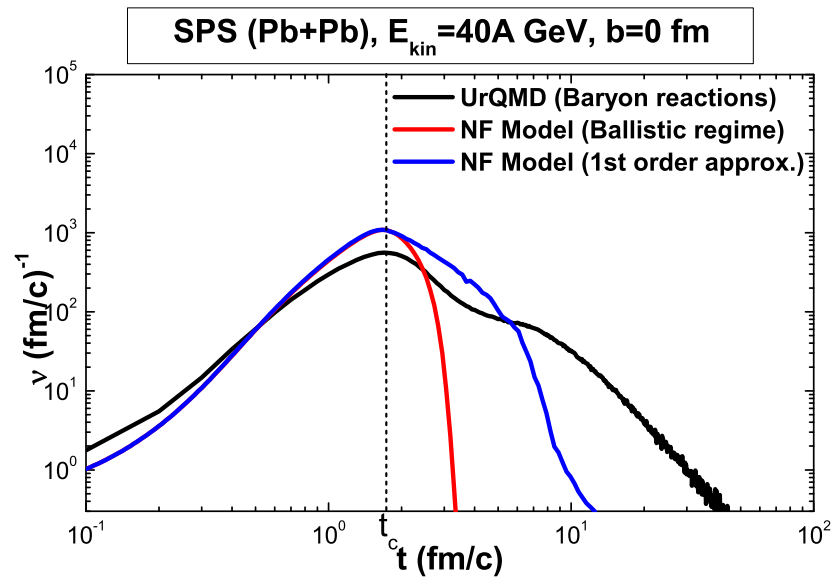


Рис. 10: Часова залежність частоти реакцій для умов експерименту SPS (Pb + Pb) при $E_{\text{kin}} = 40A$ GeV для розрахунків в UrQMD та в запропонованій моделі.

3.2 Просторовий розподіл нуклонів по координаті z

Знайдемо просторовий розподіл нуклонів по координаті z у різні моменти часу. Він виражається через функцію розподілу нуклонів наступним шляхом:

$$\rho_N(z; t) = \int dx dy \int d^3 \mathbf{p} f(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}). \quad (87)$$

Знайдемо цей розподіл, використовуючи функції розподілу у нульовому і першому наближеннях. Використовуючи функцію розподілу нульового наближення (19) знаходимо $\rho_N^{(0)}(z; t)$

$$\rho_N^{(0)}(z; t) = \int dx dy \left(\rho_A^{(0)}(t, \mathbf{r}) + \rho_B^{(0)}(t, \mathbf{r}) \right). \quad (88)$$

Розподіл по координаті z у першому наближенні знаходимо, використовуючи (60):

$$\rho_N^{(1)}(z; t) = V_0 \int dx dy \int d\Omega_p \sigma(s, \theta_p) A_{part}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}). \quad (89)$$

Результати розрахунків розподілу у різні моменти часу для умов експериментів AGS (Au + Au) і SPS (Pb + Pb) наведено на Рис. 11 і 12 відповідно.

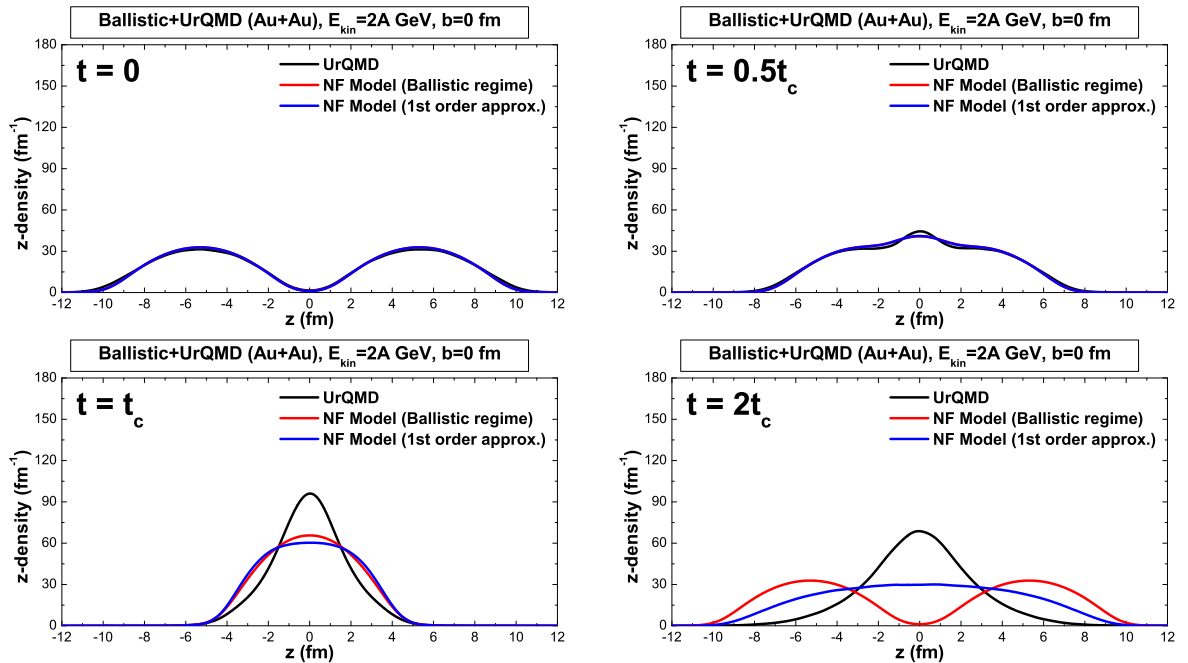


Рис. 11: Розподіл нуклонів по координаті z у різні моменти часу для умов експерименту AGS (Au + Au) при $E_{kin} = 2A$ GeV для розрахунків в UrQMD та в запропонованій моделі.

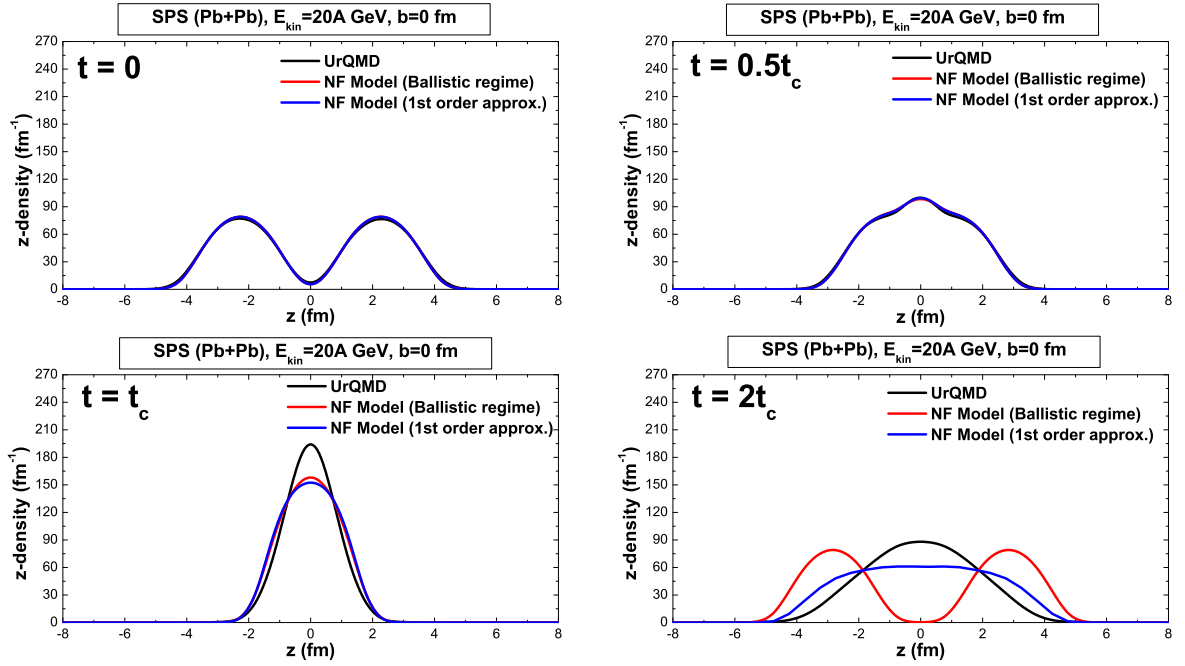


Рис. 12: Розподіл нуклонів по координаті z у різні моменти часу для умов експерименту SPS (Pb + Pb) при $E_{\text{kin}} = 20A$ GeV для розрахунків в UrQMD та в запропонованій моделі.

Порівняння із UrQMD показують, що просторовий розподіл нуклонів на початковій стадії описується на початковій стадії нашою моделлю. Розрахунки показують, що, на відміну від частоти реакцій, при збільшенні енергії зіткнення співпадіння результатів нашої моделі із UrQMD на початковій стадії покращується. Це може бути пояснено тим, що тривалість початкової стадії при збільшенні енергії зіткнення зменшується, і, внаслідок цього просторовий розподіл не встигає суттєво змінитися на початковій стадії. Крім того, функція розподілу у першому наближенні досить непогано описує розподіл нуклонів і протягом деякого часу після початкової стадії зіткнення ядер.

3.3 Межі застосовності моделі нуклонного фаєрбола

На основі проведених розрахунків і їх порівняння із UrQMD можна зробити висновок, що модель нуклонного фаєрбола описує систему нуклонів у зіткненнях релятивістських ядер до моменту часу перекриття ядер для умов AGS та SPS. Межа застосування нашої моделі разом із іншими моделями схематично представлена на Рис. 13.

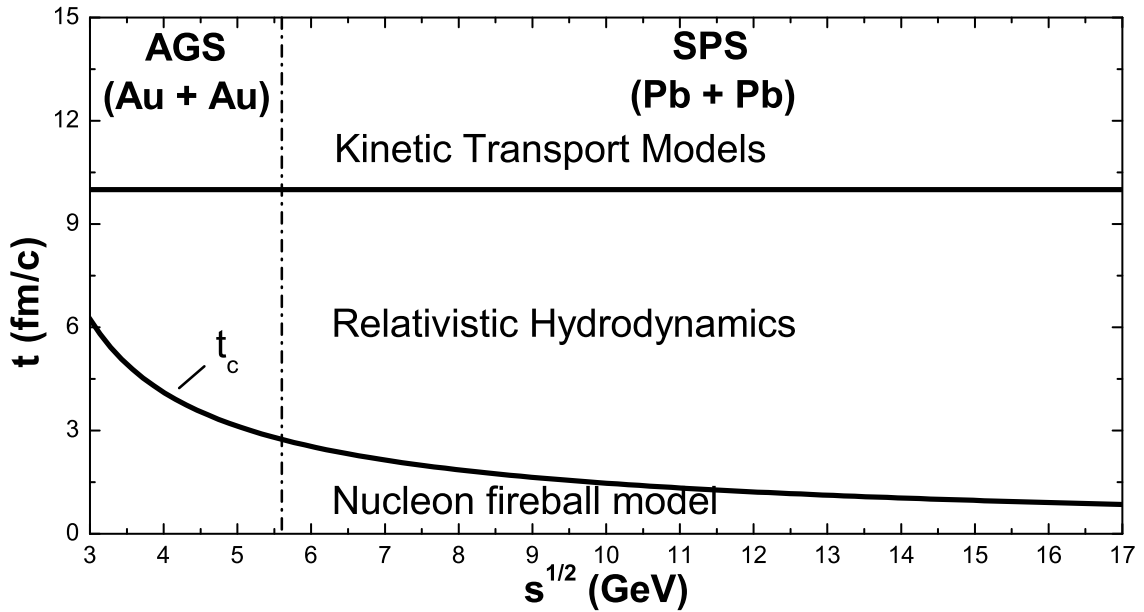


Рис. 13: Межі застосовності різних моделей для опису зіткнення релятивістських ядер.

Гідродинамічні моделі придатні для опису системи, у якій встановилась локальна термодинамічна рівновага. З цієї причини вона непридатна для опису початкової стадії еволюції системи, а може бути застосовна лише після того, як в системі встановилась локальна рівновага, наприклад після максимального перекриття ядер. Через скінчений час життя фаєрбола густина частинок в системі зменшується і гідродинаміка стає непридатною для опису. Подальша еволюція системи може бути описана за допомогою монте-карлівських кінетичних моделей. Кінетичні моделі придатні для опису і попередніх стадій, але гідродинаміка має перевагу над ними через те, що вона здатна врахувати багаточастинкові реакції та фазовий перехід до кварк-глюонної плазми за рахунок відповідного рівняння стану ядерної матерії.

Як видно на Рис. 13, модель нуклонного фаєрбола може бути використана для задання початкових умов у гідродинамічних моделях, зокрема густини частинок, густини енергії та густини ентропії.

Висновки

1. Порівняння розрахунків, що проведені у моделі нуклонного фаєрбола і в монте-карлівській кінетичній моделі UrQMD показує, що до моменту перекриття ядер у релятивістських ядро-ядерних зіткненнях просторовий розподіл системи баріонів описується функціями розподілу у балістичному режимі – проходженням ядер одне через інше без зіткнень.
2. Розрахунки показують, що максимум у часовій залежності частоти баріонних реакцій відповідає максимальному перекриттю ядер.
3. Отримано функцію розподілу нуклонів на початковій стадії еволюції в релятивістських ядро-ядерних зіткненнях, яка дозволяє задати початкові умови у гідродинамічних моделях.

Література

- [1] L.P. Csernai, *Introduction to Relativistic Heavy Ion Collisions* (Wiley, New York, 1994).
- [2] R. Baier, A.H. Mueller, et al., *Phys. Lett. B* **502**, 51 (2001).
- [3] P. Arnold, J. Lenaghan, et al., *Phys. Rev. Lett.* **94**, 072302 (2005).
- [4] A. Rebhan, P. Romatschke, M. Strickland, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 102303 (2005).
- [5] M. Gaździcki and M. I. Gorenstein, *Acta Phys. Polon. B* **30**, 2705 (1999).
- [6] C. Alt *et al.* (NA49 Collaboration), *Phys. Rev. C* **77**, 024903 (2008).
- [7] H. Sorge, H. Stöcker, and W. Greiner, *Ann. Phys.* **192**, 266 (1989).
- [8] S.A. Bass, M. Belkacem, M. Bleicher et al., *Prog. Part. Nucl. Phys.* **41**, 225 (1998).
- [9] M. Bleicher, E. Zabrodin, C. Spieles et al., *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **25**, 1859 (1999).
- [10] W. Cassing, E.L. Bratkovskaya, *Phys. Rep.* **308**, 65 (1999).
- [11] P.F. Kolb, U. Heinz; arXiv:nucl-th/0305084.
- [12] L.D. Landau, *Izv. Akad. Nauk, Ser. Fiz.*, **17**, 51 (1953).
- [13] G.D. Westfall, J. Gosset, P.J. Johansen, A.M. Poskanzer, W.G. Meyers, H.H. Gutbrod, A. Sandoval, R. Stock, *Phys. Rev. Lett.* **37**, 1202 (1976).
- [14] J.D. Bjorken, *Phys. Rev. D* **27**, 140 (1983).
- [15] R.J. Glauber, *Lectures on Theor. Phys.*, **1**, (Interscience, New York, 1959).
- [16] A.G. Sitenko, *Ukr. Fiz. J.* **4**, 152 (1959).
- [17] A. Bialas, M. Bleszynski and W. Czyz, *Nucl. Phys. B* **111**, 461 (1976).

- [18] D. Teaney, J. Lauret and E. V. Shuryak; arXiv:nucl-th/0110037.
- [19] H. Petersen, J. Steinheimer, G. Burau, M. Bleicher and H. Stoecker, Phys. Rev. C **78**, 044901 (2008).
- [20] F. Cooper and G. Frye, Phys. Rev. D **10**, 186 (1974).
- [21] S.R. de Groot, W.A. van Leeuwen, Ch.G. van Weert, *Relativistic Kinetic Theory*, Amsterdam, 1980.
- [22] D. Anchishkin, A. Muskeyev, and S. Yezhov, Phys. Rev. C **81**, 031902 (2010).
- [23] W.M. Yao *et al.*, J. Phys. G 33,1 (2006); <http://pdg.lbl.gov/2006/>.